

В О П Р О С Ы
для экзамена и зачёта по курсу
«Теория сверхпроводимости»

*Экзамен состоится в субботу 9 января 2021 г. в 11⁰⁰,
консультация в пятницу 8 января в 12³⁰*

1. Энергетическая щель в электронном спектре сверхпроводника. Электронная теплоёмкость. Второе уравнение Лондонов, «жесткость» волновой функции электронов и сверхпроводящая щель.
2. Критерий Ландау. Его применение к электронным спектрам нормального и сверхпроводящего металла.
3. Элементарный вывод величины сверхпроводящей щели из существования парного притяжения между электронами: задача Купера.
4. Фрелиховское притяжение электронов за счет взаимодействия с фононами:
 - а) Диаграммы взаимодействия двух электронов через фонон. Волновые функции и матричный элемент взаимодействия во 2-м порядке теории возмущений при параллельных спинах электронов.
 - б) То же при антипараллельных спинах электронов.
 - в) Зависимость матричного элемента взаимодействия электронов через фонон от их энергий и направлений их спинов.
5. Волновая функция основного состояния сверхпроводника в теории Бардина-Купера-Шриффера:
 - а) Лемма о возможности понижении энергии.
 - б) Многоэлектронный матричный элемент взаимодействия через фононы. Корреляции в волновой функции, необходимые для обеспечения неизменности его знака.
 - в) Куперовские пары. Волновая функция Бардина-Купера-Шриффера.
 - г) Нормировка волновой функции Бардина-Купера-Шриффера.
6. Гамильтониан сверхпроводника в теории Бардина-Купера-Шриффера. Нефиксированное число электронов. Редуцированный гамильтониан.

7. Определение коэффициентов u_p и v_p и энергетической щели сверхпроводника методом Бардина-Купера-Шриффера:
 - а) Вычисление средней энергии электронной системы в состоянии, описываемом волновой функцией Бардина-Купера-Шриффера.
 - б) Минимизация средней энергии и нахождение основного состояния электронной системы.
8. Волновые функции простейших возбужденных состояний сверхпроводника в теории Бардина-Купера-Шриффера.
9. Метод Боголюбова для однородного сверхпроводника:
 - а) Аномальное среднее. Модельный гамильтониан Боголюбова. Преобразование Боголюбова и его свойства.
 - б) Диагонализация модельного гамильтониана Боголюбова. Спектр элементарных возбуждений сверхпроводника. Плотность состояний боголюбовских возбуждений.
 - в) Температурная зависимость энергетической щели сверхпроводника. Пределы $T \rightarrow 0$ и $T \rightarrow T_c$.
10. Вычисление электронной теплоёмкости сверхпроводника.
11. Полевые операторы и их коммутационные соотношения.
12. Вывод уравнений Боголюбова:
 - а) Вторично-квантованный гамильтониан электронов и его упрощение: куперовское приближение, введение самосогласованных полей U и Δ .
 - б) Диагонализация упрощённого гамильтониана. Преобразования Боголюбова. Уравнения движения. Уравнения Боголюбова.
 - в) Свойства спектра собственных значений уравнений Боголюбова.
 - г) Унитарность преобразований Боголюбова.
 - д) Теорема Вика.
 - е) Нахождение выражений для самосогласованных полей U и Δ . Их свойства.
13. Волновая функция конденсата. Уравнения Боголюбова для сверхпроводника с током.

14. Сверхпроводники с немагнитными примесями. Теорема Андерсена.
15. Решение уравнений Боголюбова для сверхпроводника, состоящего из трёх слоёв.
16. Поведение уравнений Боголюбова при калибровочном преобразовании.
17. Разложение уравнения самосогласования по малой величине щели:
 - а) Решения уравнений Боголюбова и уравнения самосогласования для Δ в нулевом приближении по величине щели.
 - б) Решение в первом приближении. Интегральное уравнение для $\Delta(\mathbf{r})$. Вид ядра $\mathbb{K}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ этого уравнения.
 - в) Преобразование ядра $\mathbb{K}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. Разложение гиперболического тангенса. Выделение влияния магнитного поля. Окончательный вид интегрального уравнения для $\Delta(\mathbf{r})$ и не зависящего от магнитного поля ядра $\mathbb{K}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$.
 - г) Фурье-преобразование ядра $\mathbb{K}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. Введение спектральной плотности. Её представление через гайзенберговские операторы.
 - д) Вычисление спектральной плотности в квазиклассическом приближении для чистого металла и для сверхпроводника с высокой концентрацией примесей (сплава).
 - е) Нахождение фурье-образа $\mathbb{K}_0(\mathbf{q})$ ядра в чистом металле и в сплаве. «Обрезание» возникающих расходимостей.
 - ж) Определение координатной зависимости ядра $\mathbb{K}_0(\mathbf{r})$ в чистом металле и в сплаве. Радиус действия ядра.
18. Вывод 1-го уравнения Гинзбурга-Ландау из системы уравнений Боголюбова:
 - а) Получение дифференциального уравнения для $\Delta(\mathbf{r})$ с точностью до членов 3-го порядка.
 - б) Нахождение коэффициентов в этом уравнении для чистого металла и для сплава.

* * *