

**В О П Р О С Ы**  
**для экзамена по курсу**  
**«Теория сверхпроводимости»**

*Экзамен состоится в пятницу 11 января 2019 г.  
в 11<sup>30</sup> в криогенном корпусе,  
консультация в четверг 10 января в 12<sup>00</sup> там же*

1. Энергетическая щель в электронном спектре сверхпроводника. Электронная теплоёмкость. Второе уравнение Лондонов, «жесткость» волновой функции электронов и сверхпроводящая щель.
2. Критерий Ландау. Его применение к электронным спектрам нормального и сверхпроводящего металла.
3. Элементарный вывод величины сверхпроводящей щели из существования парного притяжения между электронами: задача Купера.
4. Фрелиховское притяжение электронов за счет взаимодействия с фононами:
  - а) Диаграммы взаимодействия двух электронов через фонон. Волновые функции и матричный элемент взаимодействия во 2-м порядке теории возмущений при параллельных спинах электронов.
  - б) Диаграммы взаимодействия двух электронов через фонон. Волновые функции и матричный элемент взаимодействия во 2-м порядке теории возмущений при антипараллельных спинах электронов.
  - в) Зависимость матричного элемента взаимодействия электронов через фонон от их энергий и направлений их спинов.
5. Волновая функция основного состояния сверхпроводника в теории Бардина-Купера-Шриффера:
  - а) Лемма о возможности понижении энергии.
  - б) Многоэлектронный матричный элемент взаимодействия через фононы. Корреляции в волновой функции, необходимые для обеспечения неизменности его знака.
  - в) Куперовские пары. Волновая функция Бардина-Купера-Шриффера.

- г) Нормировка волновой функции Бардина-Купера-Шриффера.
- 6. Гамильтониан сверхпроводника в теории Бардина-Купера-Шриффера. Редуцированный гамильтониан.
- 7. Определение коэффициентов  $u_{\mathbf{p}}$  и  $v_{\mathbf{p}}$  и энергетической щели сверхпроводника методом Бардина-Купера-Шриффера:
  - а) Вычисление средней энергии электронной системы.
  - б) Минимизация средней энергии и нахождение основного состояния электронной системы.
- 8. Волновые функции простейших возбужденных состояний сверхпроводника.
- 9. Метод Боголюбова:
  - а) Аномальное среднее. Модельный гамильтониан Боголюбова. Преобразование Боголюбова и его свойства.
  - б) Диагонализация модельного гамильтониана Боголюбова. Спектр элементарных возбуждений сверхпроводника. Плотность состояний боголюбовских возбуждений.
  - в) Температурная зависимость энергетической щели сверхпроводника.
- 10. Электронная теплоёмкость сверхпроводника.
- 11. Полевые операторы и их коммутационные соотношения.
- 12. Вывод уравнений Боголюбова:
  - а) Вторично-квантованный гамильтониан электронов и его упрощение: куперовское приближение, введение самосогласованных полей  $U$  и  $\Delta$ .
  - б) Диагонализация упрощённого гамильтониана. Преобразования Боголюбова. Уравнения движения. Уравнения Боголюбова.
  - в) Свойства спектра собственных значений уравнений Боголюбова.
  - г) Унитарность преобразований Боголюбова.
  - д) Теорема Вика.
  - е) Нахождение выражений для самосогласованных полей  $U$  и  $\Delta$ . Их свойства.

13. Волновая функция конденсата. Уравнения Боголюбова для сверхпроводника с током.
14. Сверхпроводящие сплавы. Теорема Андерсена.
15. Решение уравнений Боголюбова для сверхпроводника, состоящего из трёх слоёв.
16. Поведение уравнений Боголюбова при калибровочном преобразовании.
17. Разложение уравнения самосогласования по малой величине щели с точностью до первого порядка:
  - а) Решения уравнений Боголюбова и уравнения самосогласования для  $\Delta$  в нулевом приближении по величине щели.
  - б) Решение в первом приближении. Интегральное уравнение для  $\Delta(\mathbf{r})$ . Вид ядра  $\mathbb{K}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  этого уравнения.
  - в) Преобразование ядра  $\mathbb{K}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ . Разложение гиперболических тангенсов. Выделение влияния магнитного поля. Окончательный вид интегрального уравнения для  $\Delta(\mathbf{r})$  и не зависящего от магнитного поля ядра  $\mathbb{K}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ .
  - г) Фурье-преобразование ядра  $\mathbb{K}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ . Введение спектральной плотности. Её представление через гайзенберговские операторы.
  - д) Вычисление спектральной плотности в квазиклассическом приближении для чистого металла и для сплава.
  - е) Нахождение фурье-образа  $\mathbb{K}_0(\mathbf{q})$  ядра в чистом металле и в сплаве. «Обрезание» возникающих расходимостей.
  - ж) Определение координатной зависимости ядра  $\mathbb{K}_0(\mathbf{r})$  в чистом металле и в сплаве. Радиус действия ядра.
18. Вывод уравнений Гинзбурга-Ландау из системы уравнений Боголюбова:
  - а) Получение дифференциального уравнения для  $\Delta(\mathbf{r})$ .
  - б) Нахождение коэффициентов в этом уравнении для чистого металла и для сплава.

\* \* \*